**ΗΥ110 Απειροστικος Λογισμος 1**

**Χειμερινο Εξαμηνο 2009**

**Διδασκων Α.Μουχταρης**

**Ασκηση 1 (2 μοναδες) Παραγωγοι**

Εστω 2 συναρτησεις f και g παραγωγισιμες. Βρειτε ενα τυπο για την παραγωγο της συναρτησης .

**Ασκηση 2 (3 μοναδες) Τεχνικες ολοκληρωσης**

**(α)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το αοριστο ολοκληρωμα ʃ dθ .

**(β)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το αοριστο ολοκληρωμα ʃ dx .

**(γ)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το αοριστο ολοκληρωμα ʃ dx , αν γνωριζετε ότι ʃ dx = (x) + C .

**Ασκηση 3(2 μοναδες) Σειρες και Δυναμοσειρες**

**(α)(1 μοναδα)** Διερευνηστε τη συγκλιση της σειρας .

**(β)(1 μοναδα)** Διερευνηστε την (απολυτη) συγκλιση και βρειτε το διαστημα συγκλισης της δυναμοσειρας .

**Ασκηση 4(3 μοναδες + 1 μοναδα BONUS) Γενικευμενα ολοκληρωματα και συγκλιση σειρων**

**(α)(2 μοναδες)** Υπολογιστε το γενικευμενο ολοκληρωμα , οπου p οποιοσδηποτε πραγματικος αριθμος.

**(β)(1 μοναδα BONUS)** Αποδειξτε το κριτηριο του ολοκληρωματος για συγκλιση σειρων θετικων ορων, δηλαδη <<Εστω ακολουθια θετικων ορων. Εστω f(n) οπου f συνεχης θετικη ¨…¨ . Στην περιπτωση αυτή η σειρα και το ολοκληρωμα

θα συγκλινουν ή θα αποκλινουν ταυτοχρονα>>. Αρκει να το δειξετε για μια τιμη του Ν, π.χ. Ν-1 .

**(γ)(1 μοναδα)**  Με χρηση των αποτελεσματων των (α) και (β), βρειτε ποτε (δλδ για ποιες τιμες του p) συγκλινει και ποτε αποκλινει η p-σειρα .

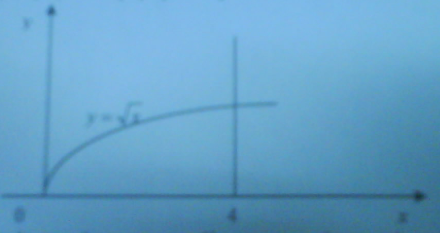
**ΗΥ110 Απειροστικος Λογισμος 1**

**Σεμπτεμβρης 2009**

**Διδασκων Α.Μουχταρης**

**Ασκηση 1** Εφαρμογες Ολοκληρωματων

**(α) (1 μοναδα**) Το χωριο που περικλειεται από την καμπυλη y=, τον αξονα χ και την ευθεια χ=4, περιστρεφεται ως προς τον αξονα χ ώστε να παραγει ένα στερεο, του οποιου ο ογκος ζητειται.



**(β)(1 μοναδα)** Βρειτε το μηκος της καμπυλης που προκυπτει από τις παρακατω παραμετρικες εξισωσεις x = acost, y=asint, 0<=t<=2π.

**Ασκηση 2** Τεχνικες Ολοκληρωσης

**(α)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το ολοκληρωμα ʃsinθ dθ.

**(β)(2 μοναδες)** Υπολογιστε το ολοκληρωμα ʃ

**Ασκηση 3**

**(2 μοναδες)** Εστω μια συναρτηση f(x) ορισμενη στο συνολο των πραγματικων αριθμων. Εστω ότι ισχυει x <= f(x) <= x + . Δειξτε ότι η συναρτηση είναι παραγωγισιμη στο x=0, και βρειτε την παραγωγο της στο σημειο αυτό.

**Ασκηση 4** Απειρες Σειρες και Δυναμοσειρες

**(α)(1 μοναδα)** Μελετηστε την συγκλιση της σειρας απειρων ορων

**(β)(2 μοναδες)** Εστω μια οποιαδηποτε συναρτηση f(x) με παραγωγους ολων των ταξεων σε κάθε σημειο διαστηματος που περιεχει ένα σημειο c. Υποθεστε ότι θελουμε να αναλυσουμε την συναρτηση σαν μια δυναμοσειρα με κεντρο το c, δηλαδη θελουμε να γραψουμε τη συναρτηση σαν αθροισμα της μορφης

f(x) = + (x - c) + + + Λ = .

Βρειτε τους συντελεστες για να ισχυει η παραπανω ισοτητα (η σειρα αυτή είναι η σειρα Taylor που παραγεται από τη συναρτηση γυρω από το σημειο c).

Βοηθεια: όπως λεει η εκφωνηση για να ισχυει η ισοτητα, θα πρεπει η συναρτηση να εχει παραγωγους ολων των ταξεων σε διαστημα που περιεχει το c.

**ΘΕΜΑΤΑ ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΥ ΛΟΓΙΣΜΟΥ Ι**

**Σεπτέμβριος 2010**

**Μουχτάρης**

**Άσκηση 1 (2 μονάδες)**

Εστω μια συναρτηση f(x) ορισμενη στο συνολο των πραγματικων αριθμων. Εστω ότι ισχυει

x <= f(x) <= x + . Δειξτε ότι η συναρτηση είναι παραγωγισιμη στο x=0, και βρειτε την παραγωγο της στο σημειο αυτό.

**Άσκηση 2 (2 μονάδες)**

F(x)= +10 . Nα γίνει πλήρης ανάλυση της συνάρτησης (συνέχεια, αύξουσα/φθίνουσα, σημεία καμπής, κρίσιμα σημεία, κοίλα άνω/κάτω, ασύμπτωτες) Και να γίνει η γραφική της παράσταση.

**Άσκηση 3 (2 μονάδες)**

**(α)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το ολοκληρωμα ʃcosθ dθ.

**(β)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το ολοκληρωμα ʃ

**Άσκηση 4 (2 μονάδες)**

**(α)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το γενικευμένο ολοκληρωμα dθ.

**(β)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το ολοκληρωμα

**Άσκηση 5 (2 μονάδες)**

**(α)(1 μοναδα)** Μελετηστε την συγκλιση της σειρας απειρων ορων

**(β)(1 μοναδα)** Εστω μια οποιαδηποτε συναρτηση f(x) με παραγωγους ολων των ταξεων σε κάθε σημειο διαστηματος που περιεχει ένα σημειο c. Υποθεστε ότι θελουμε να αναλυσουμε την συναρτηση σαν μια δυναμοσειρα με κεντρο το c, δηλαδη θελουμε να γραψουμε τη συναρτηση σαν αθροισμα της μορφης

f(x) = + (x - c) + + + Λ = .

Βρειτε τους συντελεστες για να ισχυει η παραπανω ισοτητα (η σειρα αυτή είναι η σειρα Taylor που παραγεται από τη συναρτηση γυρω από το σημειο c).

Βοηθεια: όπως λεει η εκφωνηση για να ισχυει η ισοτητα, θα πρεπει η συναρτηση να εχει παραγωγους ολων των ταξεων σε διαστημα που περιεχει το c.

